

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman 2014-2020

Axa prioritară 6: *Educație și competențe*

Prioritatea de investiții 10.i: *Reducerea și prevenirea abandonului școlar timpuriu și promovarea accesului egal la învățământul preșcolar, primar și secundar de calitate, inclusiv la parcursuri de învățare formale, nonformale și informale pentru reintegrarea în educație și formare*

Obiectivul specific 6.4: *Creșterea numărului de tineri care au abandonat școala și de adulți care nu și-au finalizat educația obligatorie care se reîntorc în sistemul de educație și formare, inclusiv prin programe de tip a doua șansă și programe de formare profesională*

Obiectivul specific 6.6: *Îmbunătățirea competențelor personalului didactic din învățământul preuniversitar în vederea promovării unor servicii educaționale de calitate orientate pe nevoile elevilor și a unei școli inclusive*

Titlu proiect: *“Acces la programe de educație și formare profesională pentru tinerii și adulții din județul Dolj care au părăsit timpuriu școala (I)”*

Cod SMIS 2014+: 135711

## **MATERIALE DE PREDARE-ÎNVĂȚARE MATEMATICĂ**

### **Modulul M2**

#### **Program „A doua șansă” pentru învățământ secundar inferior versiune finală**

A.3.1 Organizarea, monitorizarea și evaluarea programului „A doua șansă” și a stagiilor de pregătire practică de 720 de ore

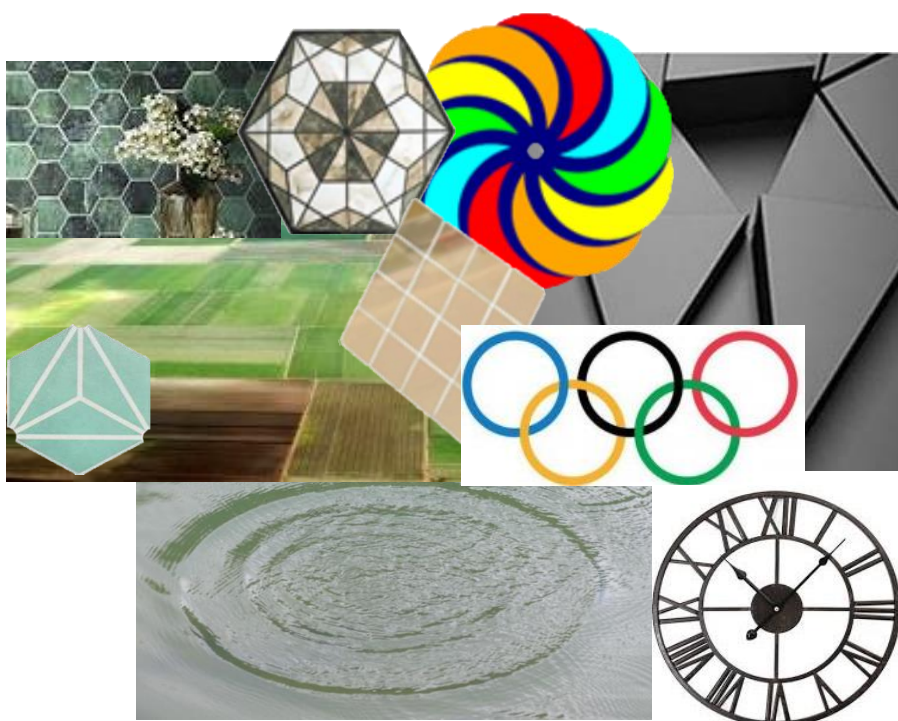
**POPESCU LUMINIȚA VIORICA CRISTINA**  
**Expert curriculum (Matematică)**



**Iulie 2023**

*Conținutul acestui material nu reprezintă în mod obligatoriu poziția oficială a Uniunii Europene sau a Guvernului României*

# ARII



**La finalul unității de învățare, elevul va fi capabil:**


- ✎ să identifice elementele și proprietățile unor configurații geometrice (pătrat, dreptunghi, paralelogram, cerc);
- ✎ să utilizeze corect noțiunile de arie și perimetru;
- ✎ să stabilească poziția elementelor geometrice în desen: paralelism, perpendicularitate, congruențe;
- ✎ să determine perimetrul și aria unor configurații geometrice date.

## Patrulare particulare: recunoaștere, reprezentare prin desen, identificarea elementelor




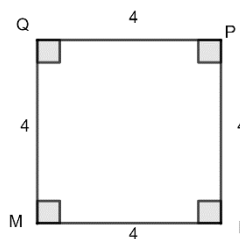
- ✓ O figură geometrică cu patru laturi se numește **patrulater**.
- ✓ Patrulaterul cu toate unghiurile drepte se numește **dreptunghi**.
- ✓ Patrulaterul cu toate laturile egale și toate unghiurile drepte se numește **pătrat**.
- ✓ Orice pătrat este un dreptunghi.
- ✓ Patrulaterul cu toate laturile egale se numește **romb**.
- ✓ Orice pătrat este un romb.

### Exemple:

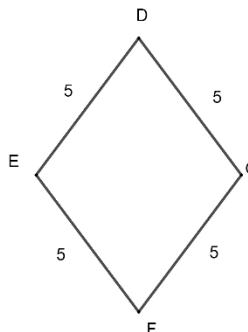
-  patrulaterul  $ABCD$  este un dreptunghi
- Segmentele  $AC$  și  $BD$  se numesc diagonale



-  patrulaterul  $MNPQ$  este un pătrat
- Segmentele  $MP$  și  $NQ$  se numesc diagonale




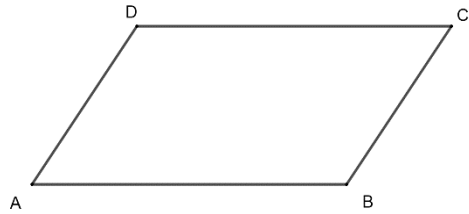
-  patrulaterul  $DEFG$  este un romb



- ✓ Patrulaterul care are laturile opuse paralele două câte două se numește **paralelogram**.
- ✓ Orice dreptunghi este un paralelogram.
- ✓ Orice pătrat este un paralelogram.
- ✓ Orice romb este un paralelogram.

**Exemplu:**

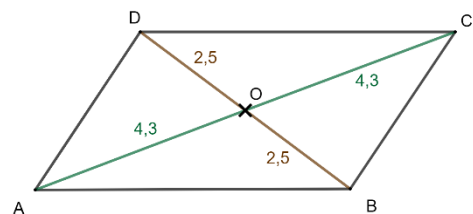
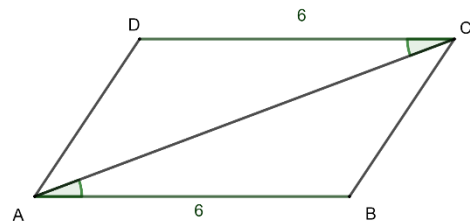
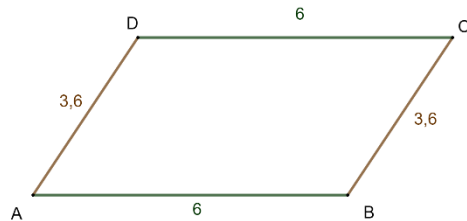
 patrulaterul  $ABCD$  este un paralelogram.



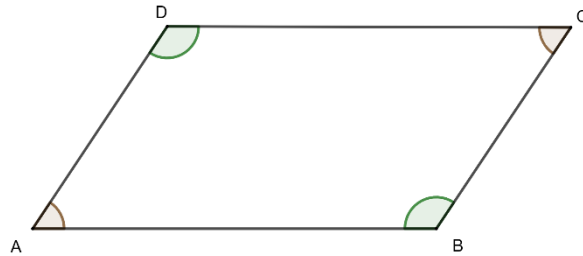
**Cum recunoaștem un paralelogram?**



- ✓ Dacă un patrulater are laturile opuse congruente, atunci el este un paralelogram.
- ✓ Dacă un patrulater are o pereche de laturi opuse paralele și congruente, atunci el este un paralelogram.
- ✓ Dacă punctul de intersecție al diagonalelor unui patrulater este mijlocul fiecărei diagonale, atunci patrulaterul este un paralelogram. (spunem că diagonalele se înjumătățesc)



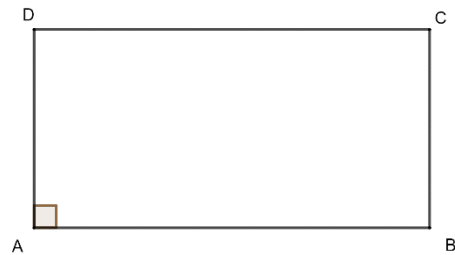
- ✓ Dacă un patrulater are unghiurile opuse congruente atunci el este un paralelogram.



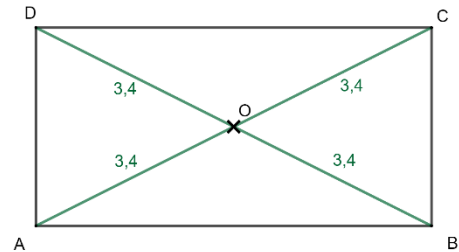
### Cum recunoaștem un dreptunghi?



- ✓ Dacă un paralelogram are un unghi drept, atunci el este un dreptunghi.



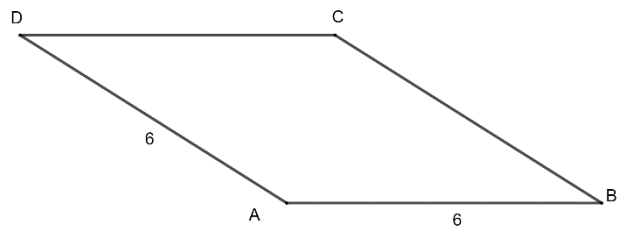
- ✓ Dacă un paralelogram are diagonalele congruente, atunci el este un dreptunghi.



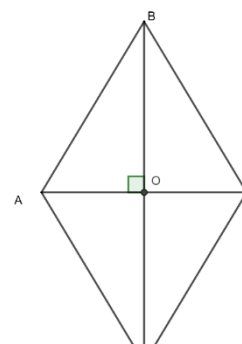
### Cum recunoaștem un romb?



- ✓ Dacă un paralelogram are două laturi alăturate congruente, atunci el este un romb.



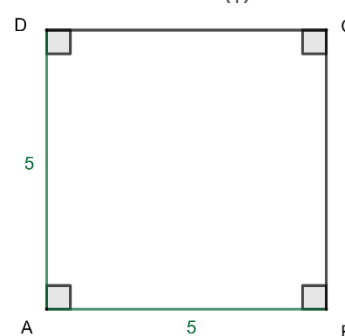
- ✓ Dacă un paralelogram are diagonalele perpendiculare, atunci el este un romb.



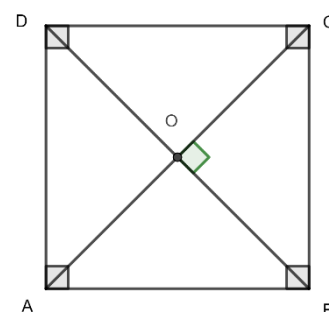
### Cum recunoaștem un pătrat?



- ✓ Dacă un dreptunghi are două laturi alăturate congruente, atunci el este un pătrat.



- ✓ Dacă un dreptunghi are diagonalele perpendiculare, atunci el este un pătrat.



- ✓ Perimetrul unui pătrat cu latura  $l$  este  $4l$ .
- ✓ Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea  $L$  și lățimea  $l$  este  $2l + 2L$ .

### Să exersăm!

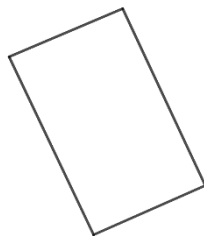
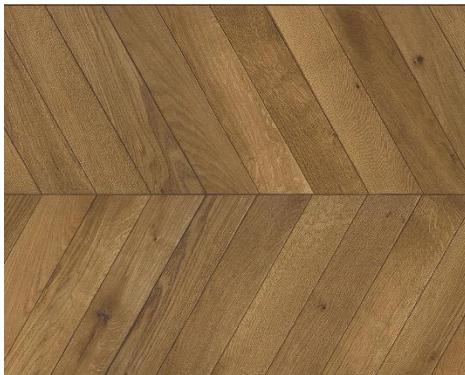
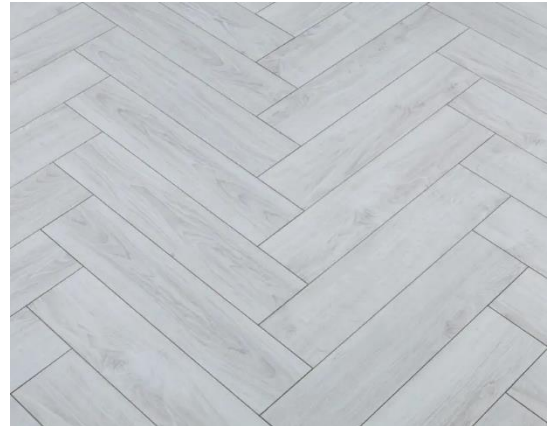
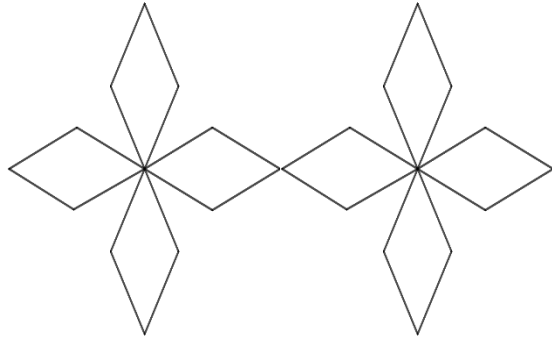
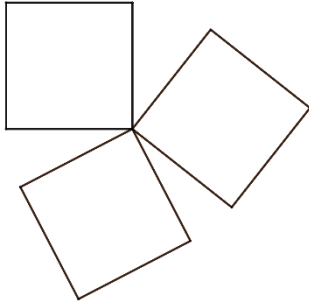
1. Pentru fiecare din figurile geometrice de mai jos colorează
  - cu albastru figurile care sunt doar dreptunghiuri;
  - cu roșu figurile care sunt doar pătrate;
  - cu verde figurile care sunt doar paralelograme;
  - cu galben figurile care sunt doar romburi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



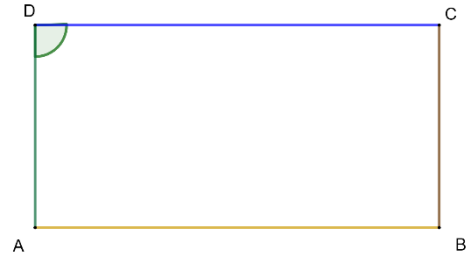
Instrumente Structurale  
2014-2020



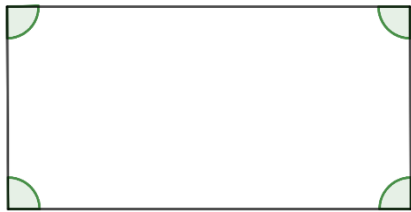
2. Măsurați segmentele sau unghiurile colorate și stabiliți felul următoarelor patrulatere:



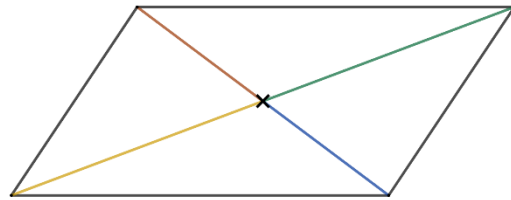
a) \_\_\_\_\_



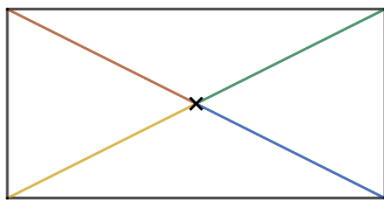
b) \_\_\_\_\_



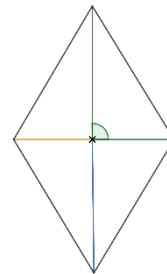
c) \_\_\_\_\_



d) \_\_\_\_\_



e) \_\_\_\_\_



f) \_\_\_\_\_

3. Împărțiți figurile geometrice următoare conform indicațiilor:

a) 4 dreptunghiuri

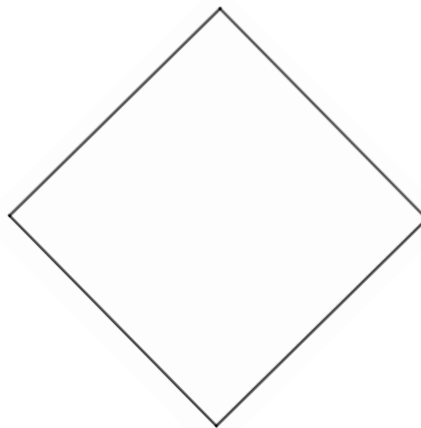




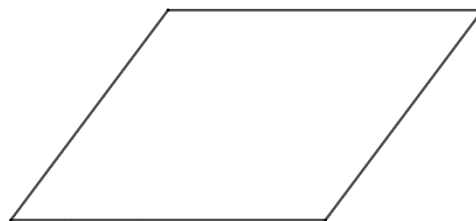
b) 1 dreptunghi și 2 pătrate



c) 1 dreptunghi și 2 pătrate



d) 2 triunghiuri și 1 dreptunghi



e) 10 pătrate



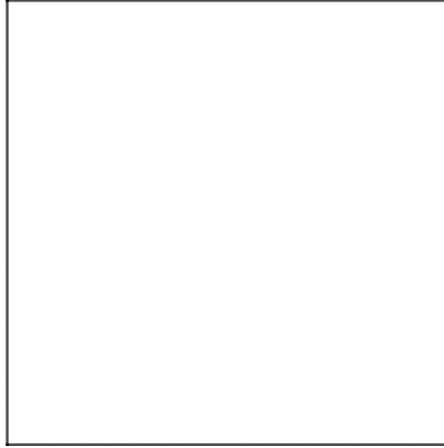


UNIUNEA EUROPEANĂ

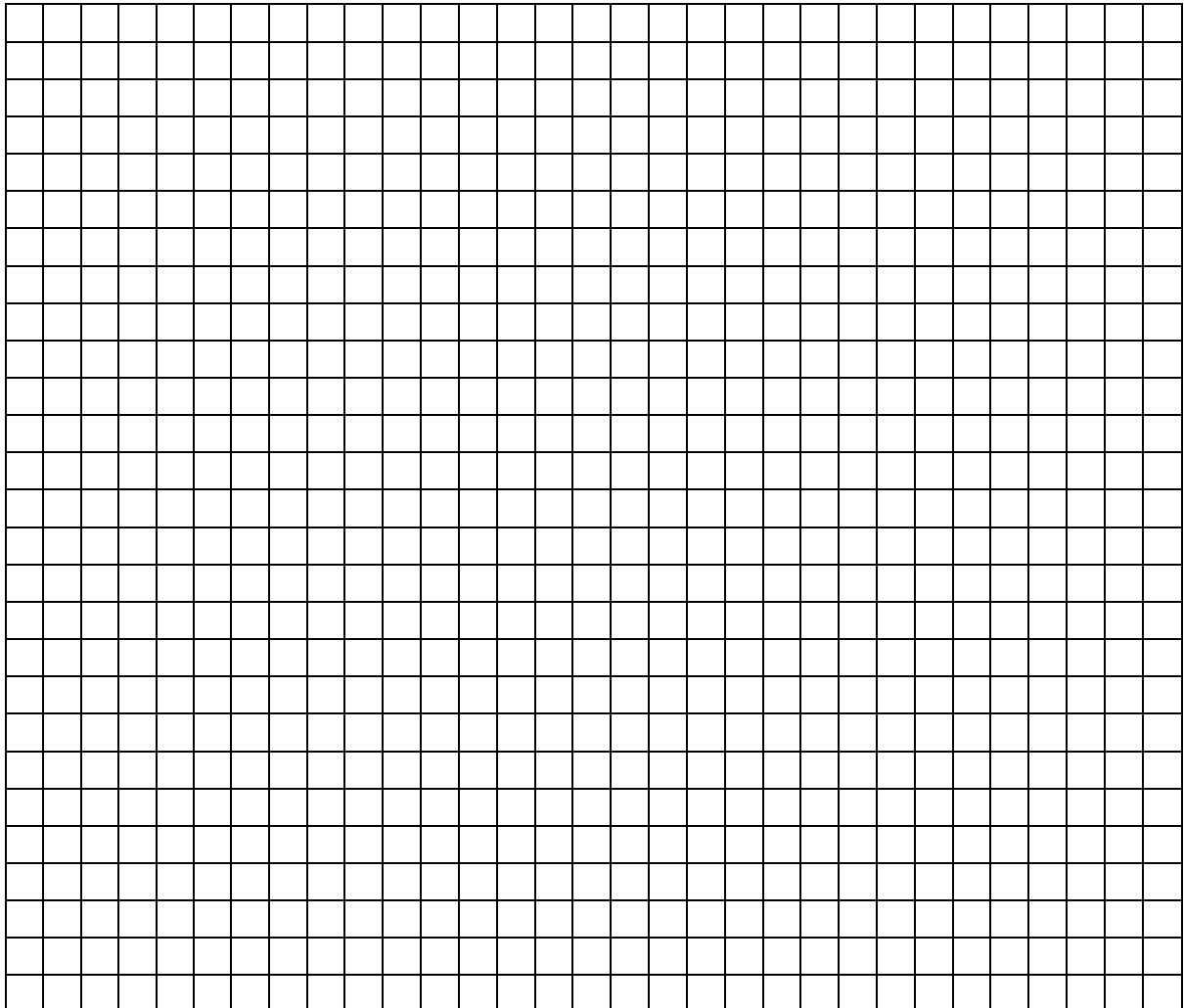


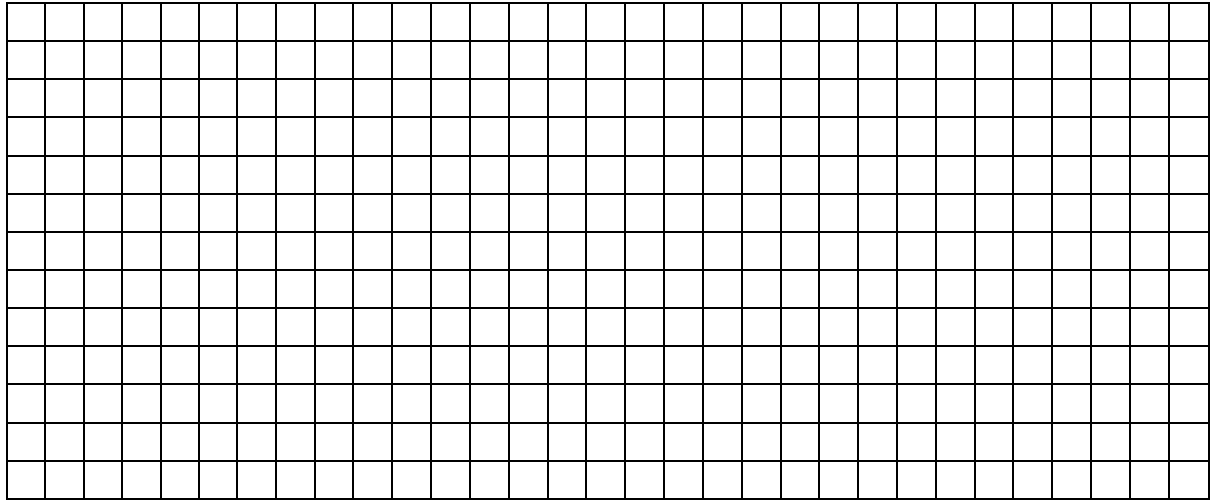
Instrumente Structurale  
2014-2020

f) 9 pătrate

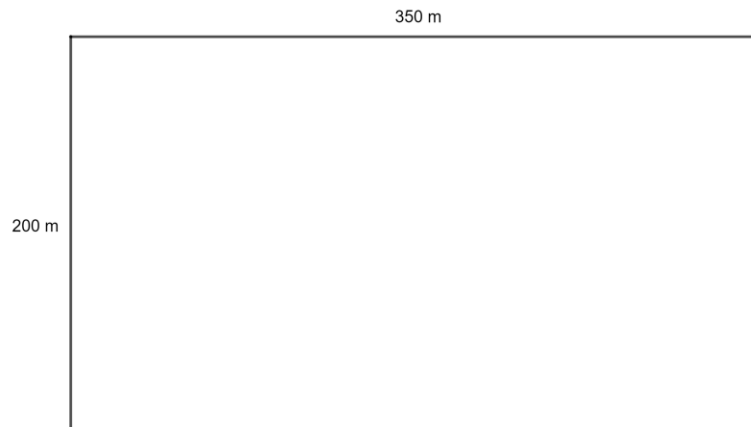


4. Determinați perimetrul figurilor geometrice obținute la exercițiul 3.

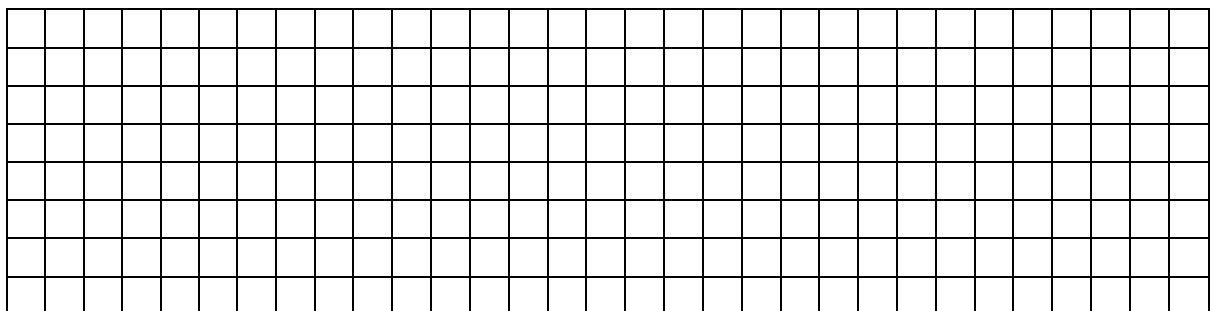




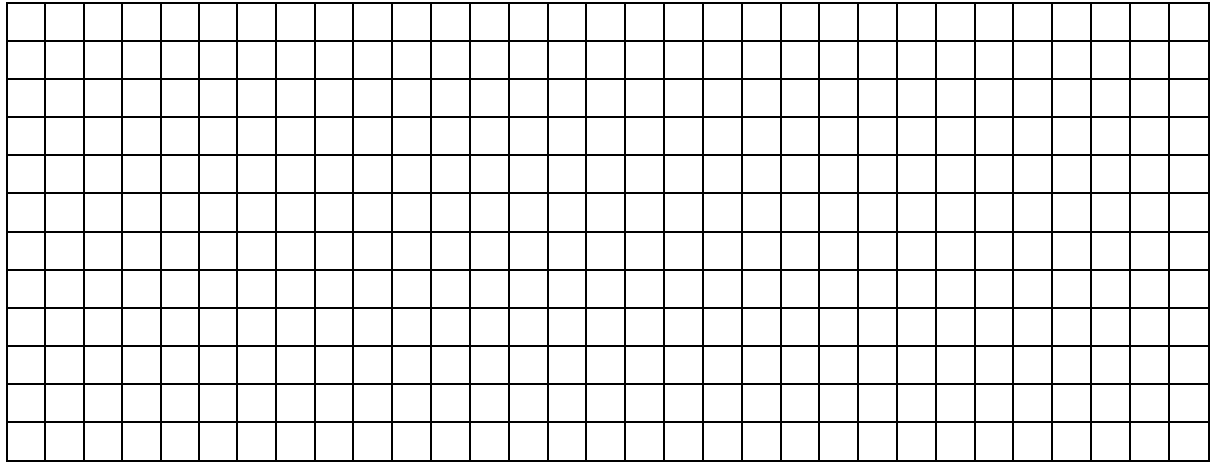
5. Marian are o parcelă dreptunghiulară cu lungimea de  $350\text{ m}$  și lățimea de  $200\text{ m}$  pe care vrea să o împartă pentru a face o grădină de zarzavat de formă pătrată cu latura egală cu  $75\%$  din lățimea parcelei, o livadă de formă pătrată cu o suprafață cât mai mare și 3 solarii de formă pătrată cu latura de  $50\text{ m}$  în care să cultive flori.



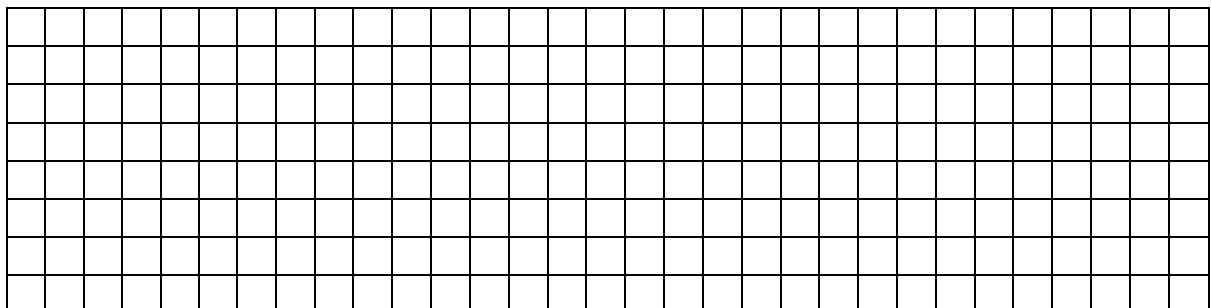
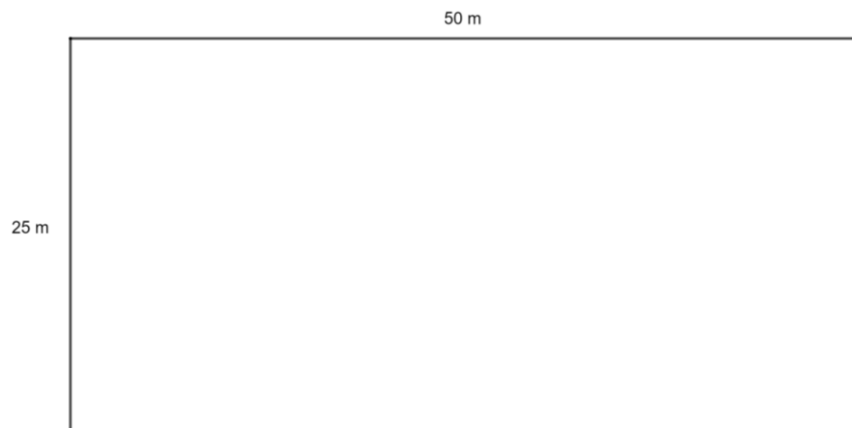
- a) Ajută-l să împartă suprafața pentru a avea o livadă cât mai mare.



- b) Determinați lungimea gardului care împrejmuieste livada.



6. Ion vrea să compartimenteze cu panouri de gips-carton (rigips) o hală dreptunghiulară cu lungimea  $50\text{ m}$  și lățimea de  $25\text{ m}$  pentru a organiza un atelier mare de formă pătrată cu latura de  $25\text{ m}$ , 4 ateliere mai mici tot de formă pătrată cu latura de  $10\text{ m}$  și 2 ateliere de formă dreptunghiulară cu lungimea de  $10\text{ m}$  și lățimea de  $5\text{ m}$ . În plus are nevoie de o cale de acces interioară între aceste ateliere cu o lățime de cel puțin  $5\text{ m}$ . Ajută-l să împartă hala pentru a-și construi atelierele.

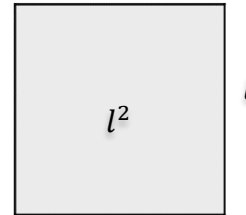


## Determinarea ariilor unor figuri plane pătrat, dreptunghi, paralelogram, triunghi

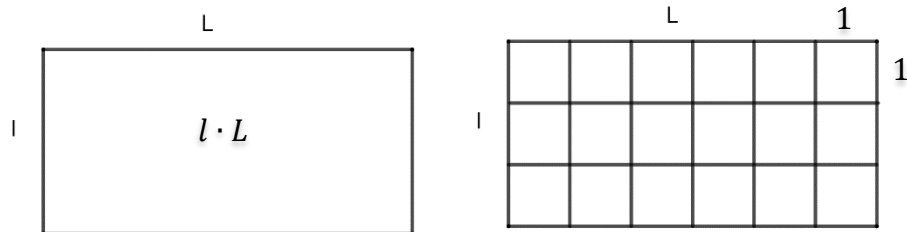


- ✓ Aria unui pătrat cu latura  $l$  este  $l^2$ .

$$A_{\text{pătrat}} = l^2$$

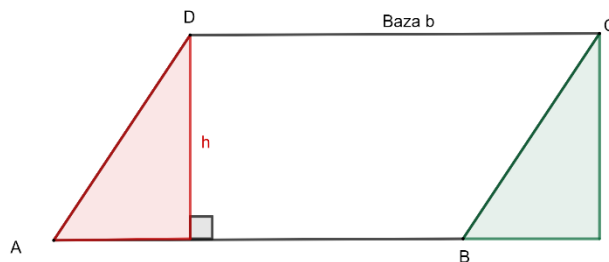


- ✓ Suprafața unui dreptunghi se poate împărți în pătrate mai mici.
- ✓ Aria unui dreptunghi cu lungimea  $L$  și lățimea  $l$  este  $l \cdot L$ .



$$A_{\text{dreptunghi}} = l \cdot L$$

Suprafața unui paralelogram se poate decupa și rearanja într-un dreptunghi.



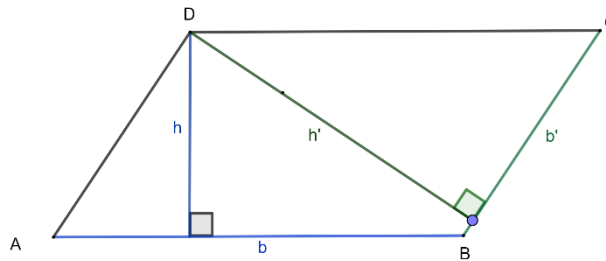
$$A_{\text{paralelogram}} = \text{bază} \cdot \text{înălțime}$$



UNIUNEA EUROPEANĂ

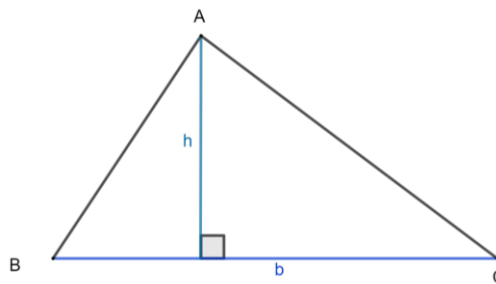
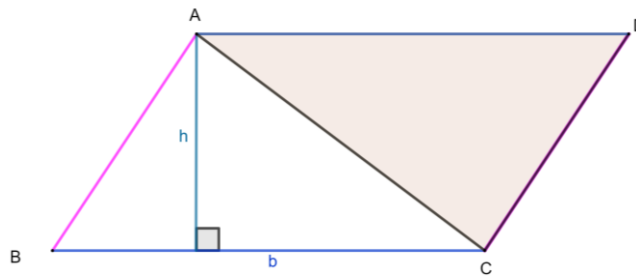


Instrumente Structurale  
2014-2020



$$A_{\text{paralelogram}} = b \cdot h = b' \cdot h'$$

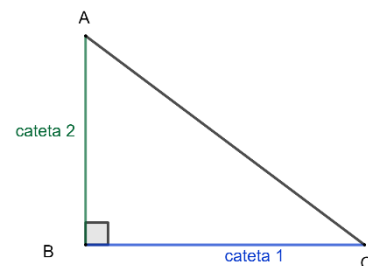
Dublând suprafața unui triunghi putem forma un paralelogram.



$$A_{\text{triunghi}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

✓ În particular pentru un triunghi dreptunghic

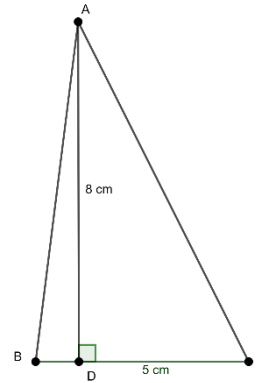
$$A_{\text{triunghi dreptunghic}} = \frac{\text{cateta 1} \cdot \text{cateta 2}}{2}$$



**Exemple:**

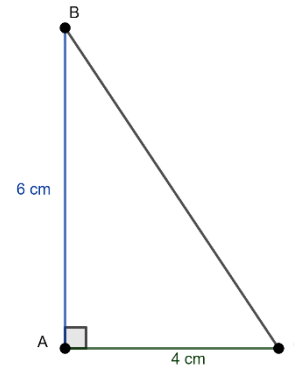
✎ În  $\triangle ABC$ ,  $BC = 5 \text{ cm}$  și înălțimea  $AD = 8 \text{ cm}$ .

$$A_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$$



✎ În dreptunghic  $\triangle ABC$ ,  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$  și  $AC = 4 \text{ cm}$ .

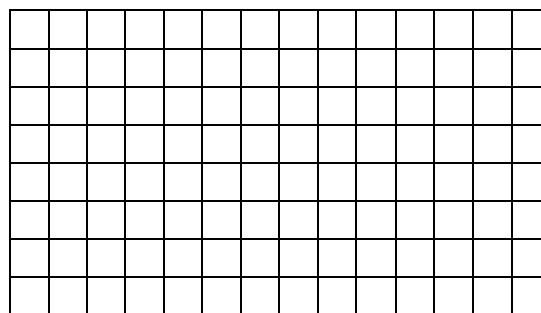
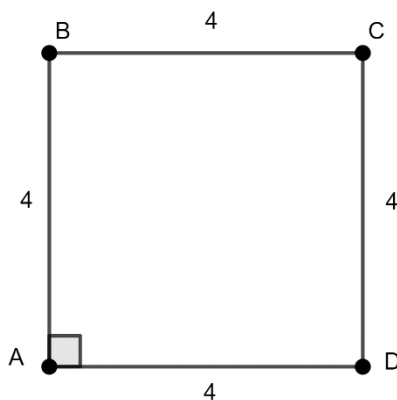
$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$



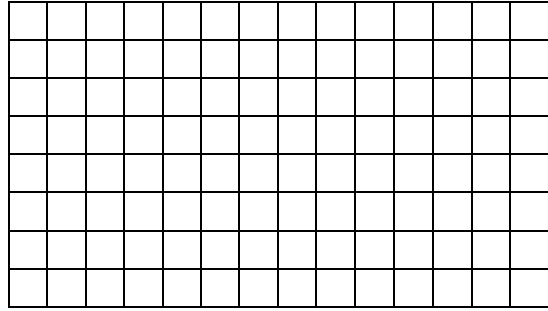
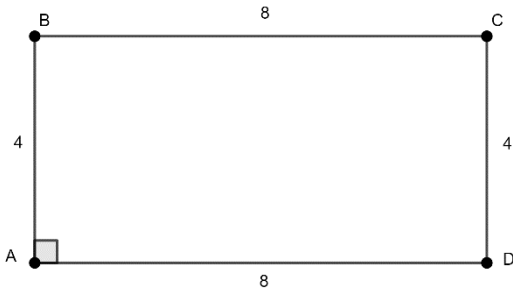
**Să exersăm !**

1. Calculează ariile următoarelor suprafețe:

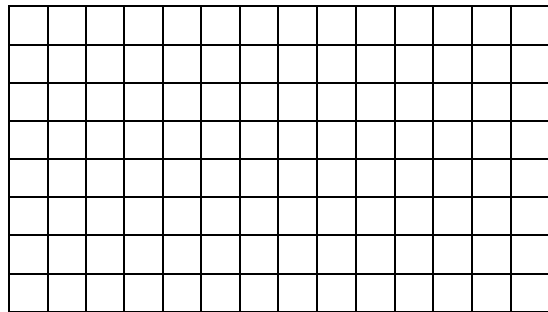
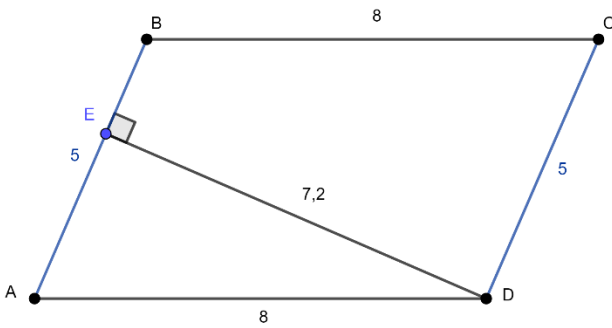
a)



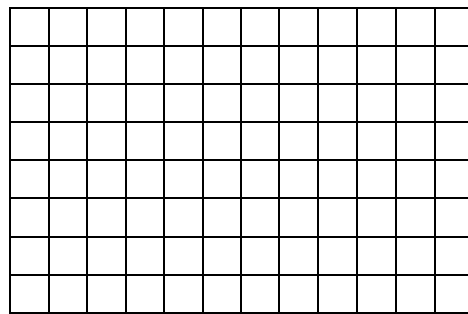
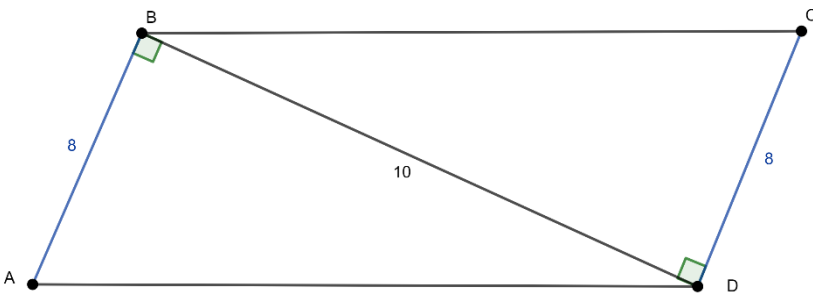
b)



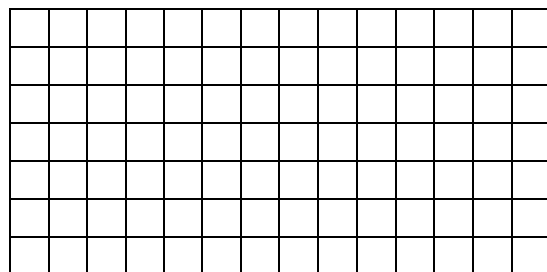
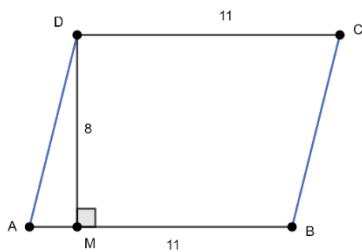
c)



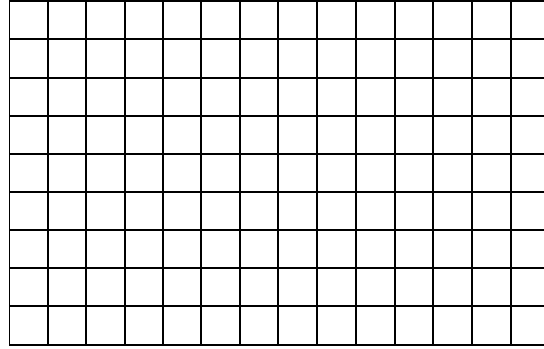
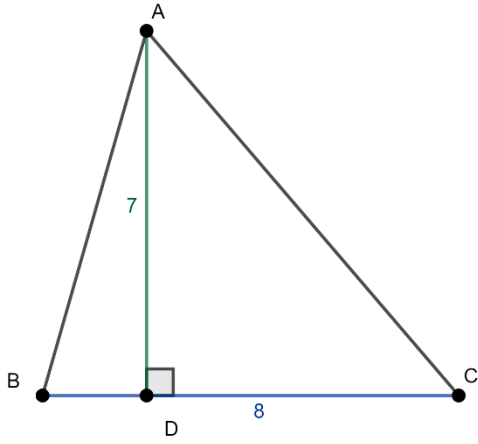
d)



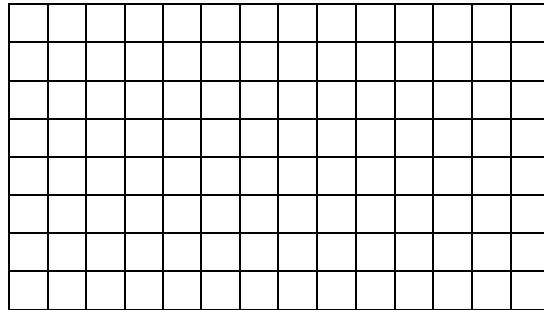
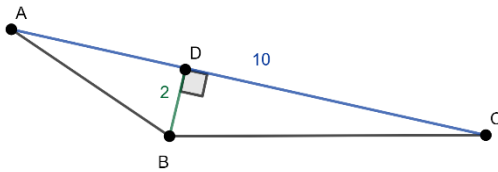
e)



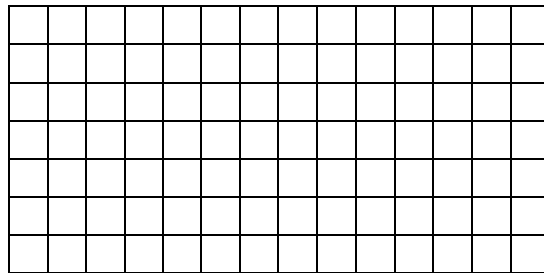
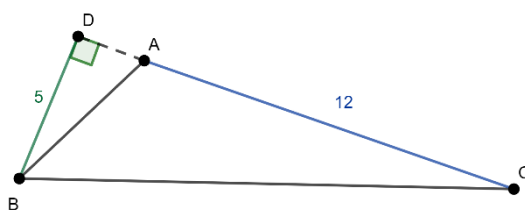
f)



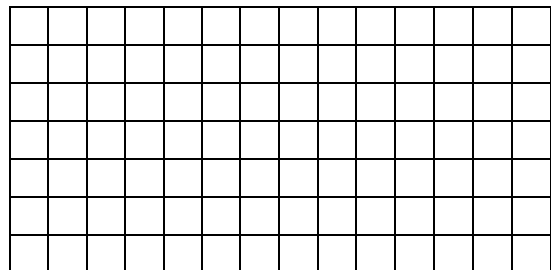
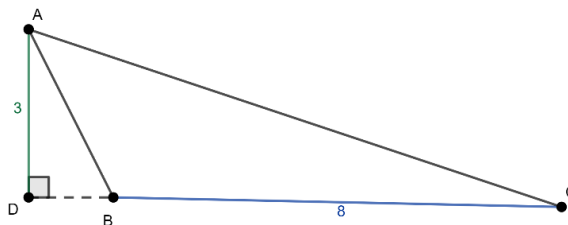
g)



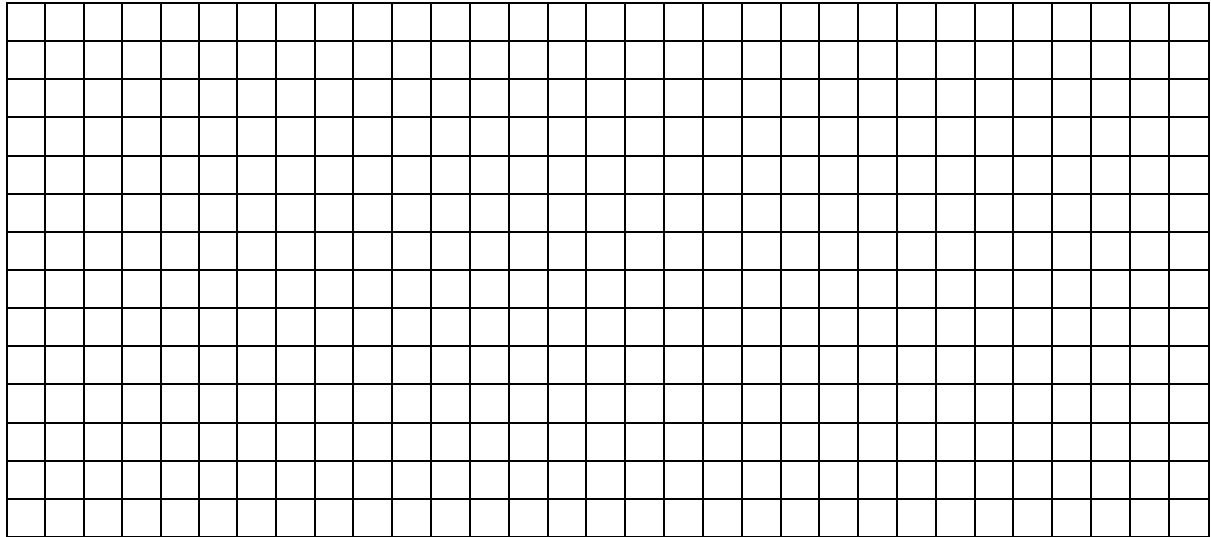
h)



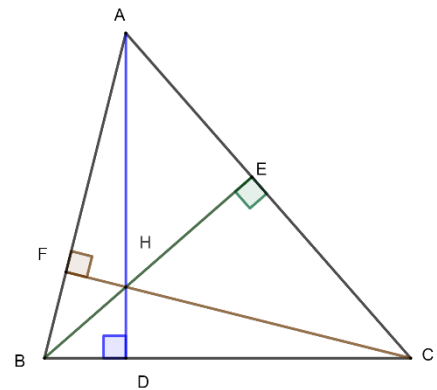
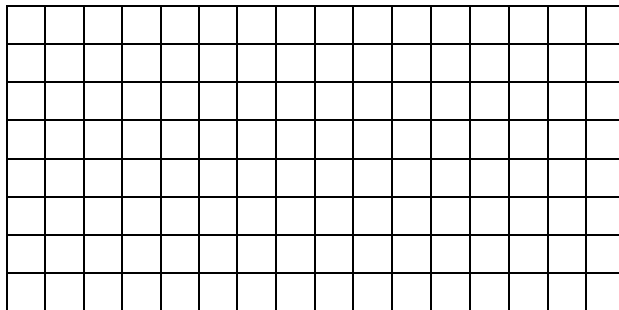
i)



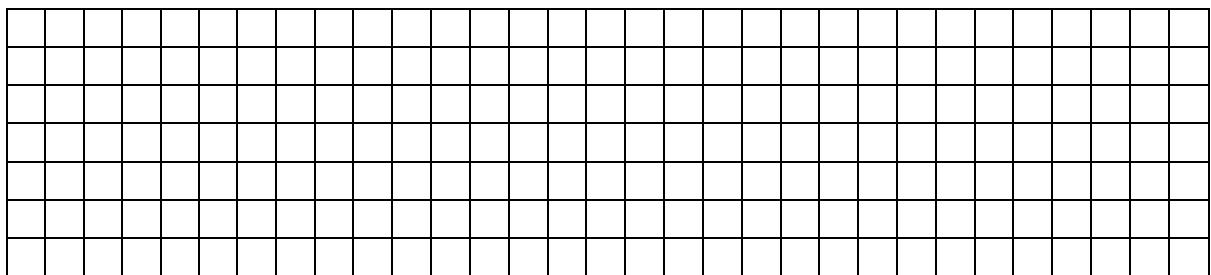




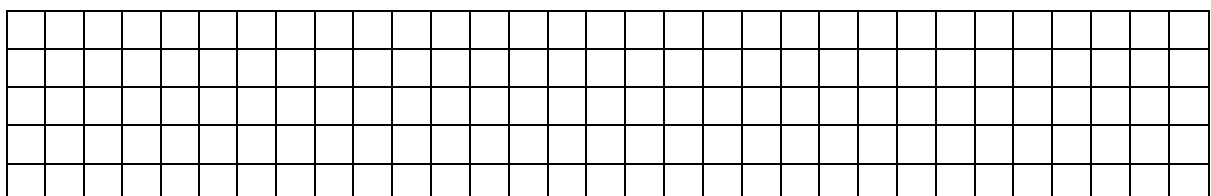
5. Folosind desenul de mai jos calculați aria triunghiului  $ABC$  în fiecare din următoarele situații:
- a)  $AD = 3\text{ cm}, BC = 12\text{ cm}$



- b)  $CF = 17\text{ cm}, AB = 6\text{ cm}$



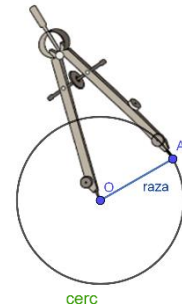
- c)  $BE = 12\text{ cm}, AC = 15\text{ cm}$



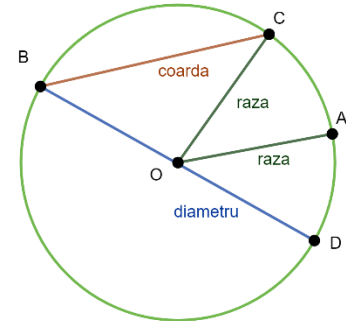


## Cercul: recunoaștere, reprezentare prin desen, identificarea elementelor

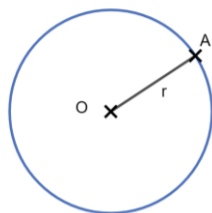
Fie  $O$  un punct în plan și  $r$  un număr strict pozitiv.  
**Cercul de centru  $O$  și rază  $r$**  reprezintă mulțimea tuturor punctelor din plan situate la distanța  $r$  de punctul  $O$ .  
 Cercurile se desenează cu ajutorul compasului.



- ✓ Punctul  $O$  se numește **centrul cercului**.
- ✓ Dacă  $A$  este un punct pe cerc segmentul  $OA$  se numește **rază**.  $OA = r$
- ✓ Un segment care unește două puncte situate pe un cerc se numește **coardă**.
- ✓ O coardă care trece prin  $O$  (centrul cercului) se numește **diametrul cercului**. Lungimea unui diametru este  $2r$ .



### Desenăm



### Citim

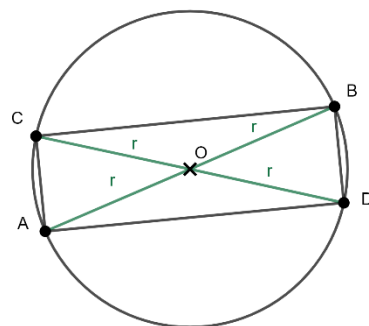
Cercul de centru  $O$   
și rază  $r$

### Scriem

$C(O, r)$



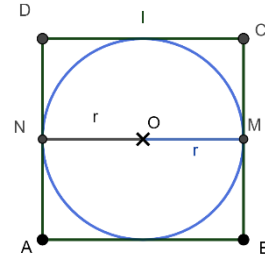
- ✓ Orice dreptunghi poate fi înscris într-un cerc.
- ✓ În particular orice pătrat poate fi înscris într-un cerc.





✓ În orice pătrat poate fi înscris un cerc.

$$l = 2r$$



### Să exersăm!

#### 1. Desenați

- un cerc de rază  $2\text{ cm}$  și centrul în punctul  $O$
- un cerc cu raza de  $4\text{ cm}$  și centrul în  $O$
- un cerc cu raza de  $5\text{ cm}$  și centrul în punctul  $A$

$\times^O$

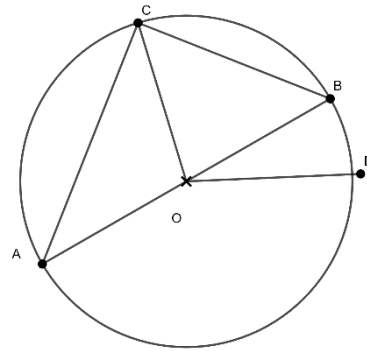
$\times^A$

2. Desenați un cerc de rază  $3\text{ cm}$ . Construiți două diametre perpendiculare. Uniți cele 4 punctele obținute pe cerc (extremitățile celor două diametre). Ce fel de patrulater ați obținut?

3. Desenați un cerc de rază 4 cm. Construiți două diametre. Uniți cele 4 punctele obținute pe cerc(extremitățile celor două diametre). Ce fel de patrulater ați obținut?

4. Priviți figura alăturată și stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații.

- a) AB este diametru      A F
- b) AC este coardă      A F
- c) OD este rază      A F
- d) OC este rază      A F
- e) BC este rază      A F

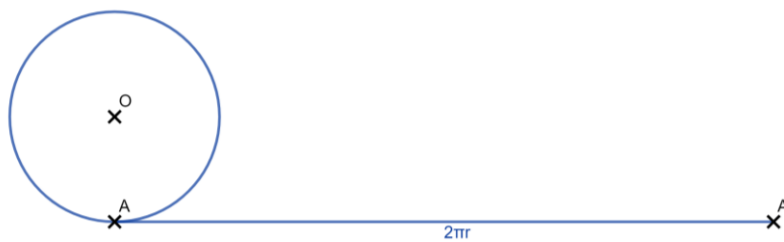


## Aria discului și lungimea cercului



✓ Lungimea unui cerc de rază  $r$  este  $2\pi r$

$$L_{cerc} = 2\pi r$$



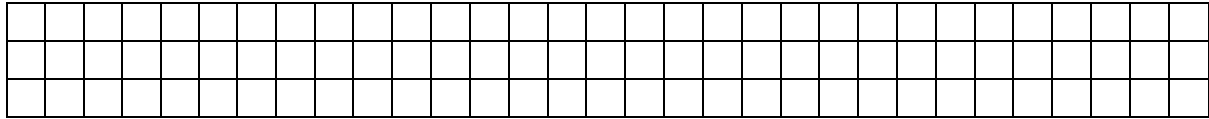




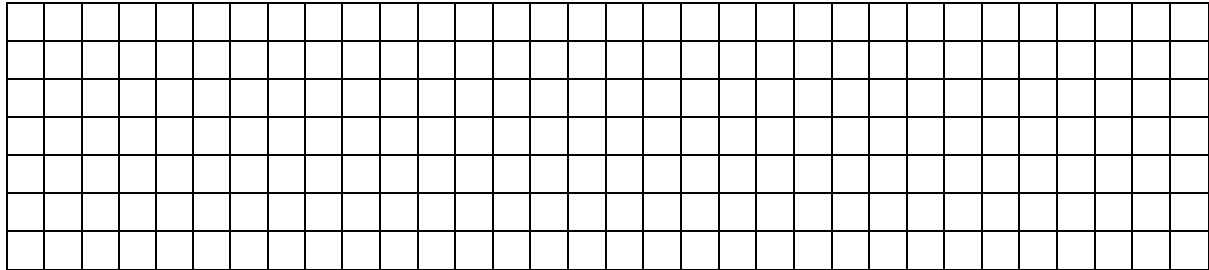
UNIUNEA EUROPEANĂ



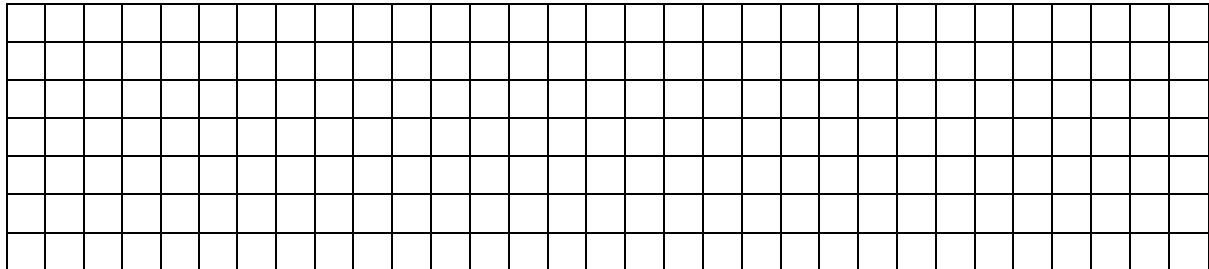
Instrumente Structurale  
2014-2020



c)  $r = 13 \text{ cm}$



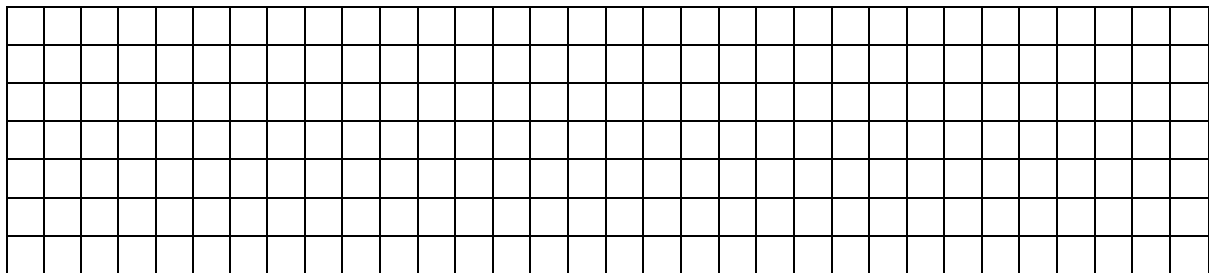
d)  $r = 47 \text{ mm}$



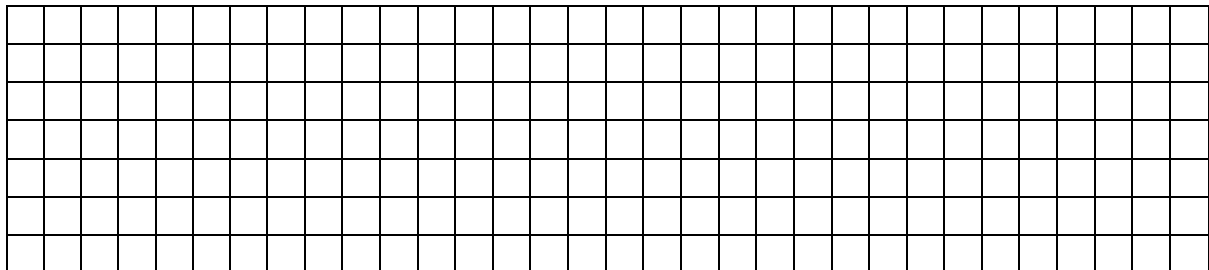
2. Determinați raza cercului cu lungimea egală cu:

*Ne amintim:*  $\pi \cong 3,14$

a)  $l_{cerc} = 62,4 \text{ cm}$

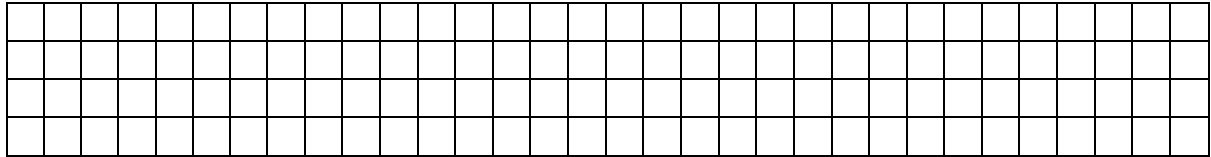


b)  $l_{cerc} = 25,12 \text{ cm}$

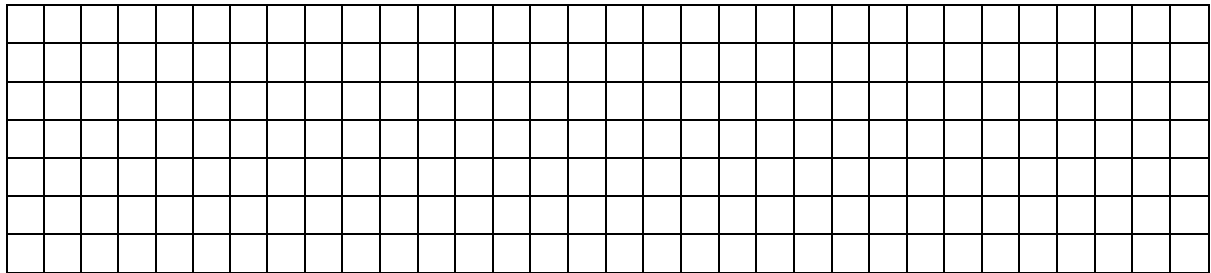


c)  $l_{cerc} = 21,98 \text{ cm}$



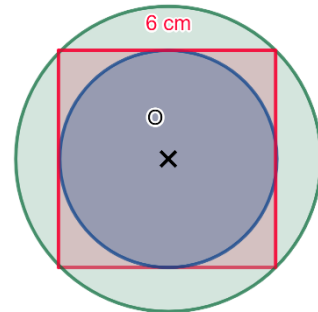
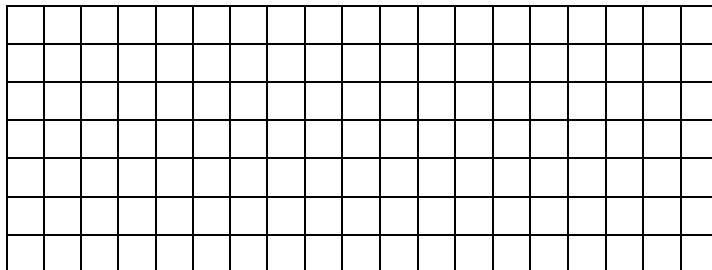


d)  $A_{disc} = 78,5 \text{ cm}^2$

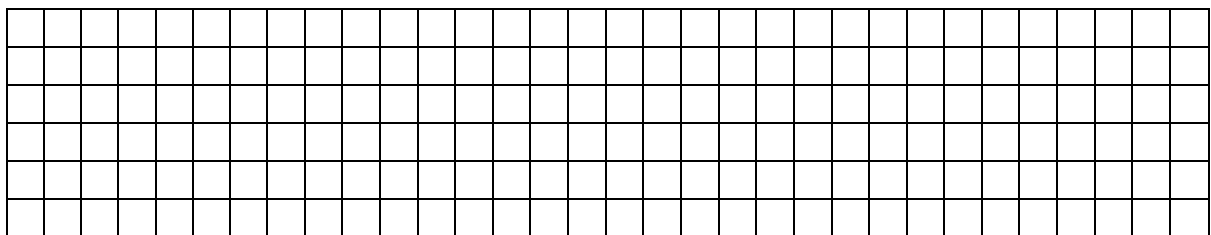


4. Într-un pătrat cu latura de 6 cm este în scris un cerc (cercul albastru). La rândul lui pătratul este înscris într-un cerc (cercul verde). *Ne amintim:  $\pi \cong 3,14$*

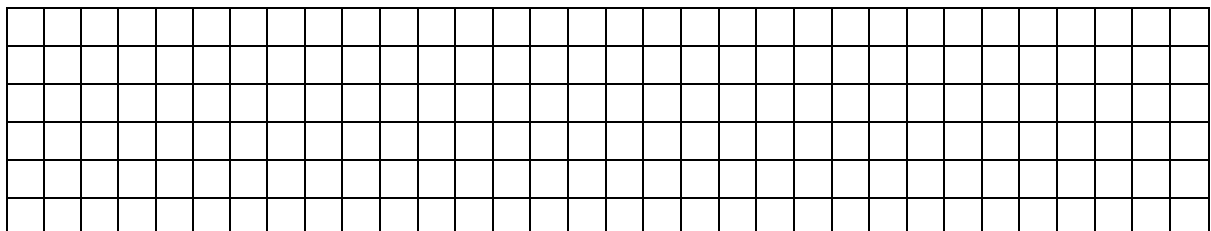
a) Determinați aria suprafeței colorate cu albastru;



b) Aria suprafeței colorate cu roșu;



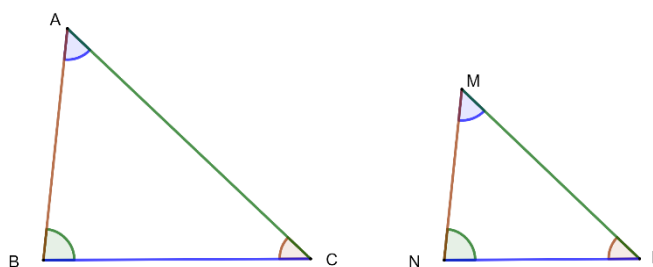
c) Aria suprafeței colorate cu verde.



## Probleme practice simple de determinare a diferitelor măsuri



- ✓ Dacă două triunghiuri sunt asemenea raportul ariilor lor este egal cu pătratul raportului de asemănare. Adică dacă  $\Delta ABC \sim \Delta MNP$  și  $\frac{AB}{MN} = k$ , atunci  $\frac{A_{ABC}}{A_{MNP}} = k^2$ .

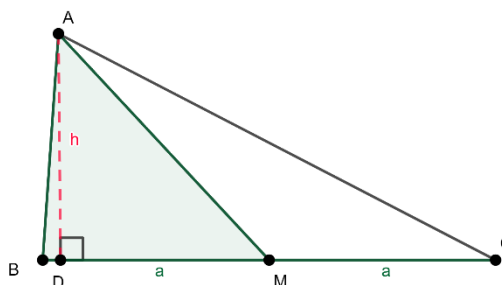


- ✓ Într-un triunghi, mediana împarte triunghiul în două triunghiuri de arii egale, nu neapărat triunghiuri congruente.

$$A_{ABM} = \frac{AD \cdot BM}{2} = \frac{h \cdot a}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{h \cdot 2a}{2} = 2A_{ABM}$$

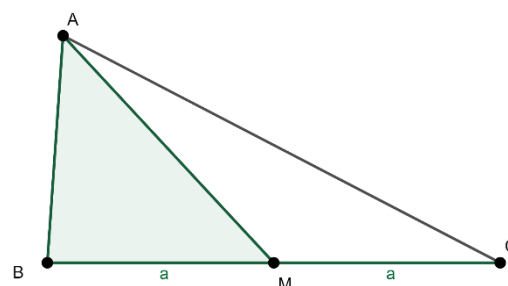
$$A_{AMC} = A_{ABC} - A_{ABM} = 2A_{ABM} - A_{ABM} = A_{ABM}$$



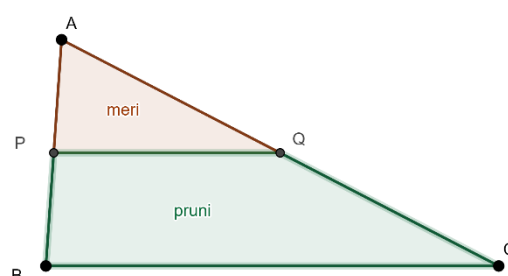
### Exemple:

- ✎ O suprafață triunghiulară  $ABC$  cu aria de  $160 \text{ m}^2$  a fost împărțită cu un gard de-a lungul mediane  $AM$ . Determinați aria suprafeței  $ABM$ .

Dacă  $AM$  este mediană atunci  $A_{ABM} = \frac{A_{ABC}}{2} = 80 \text{ m}^2$



- ✎ Pe o suprafață triunghiulară  $ABC$  cu aria de  $144 \text{ m}^2$  sunt cultivați meri și pruni. Suprafața cultivată cu meri este  $APQ$ , unde  $P$  și  $Q$  sunt mijloacele segmentelor  $AB$  și  $AC$ . Determinați aria suprafeței care este cultivată cu pruni.



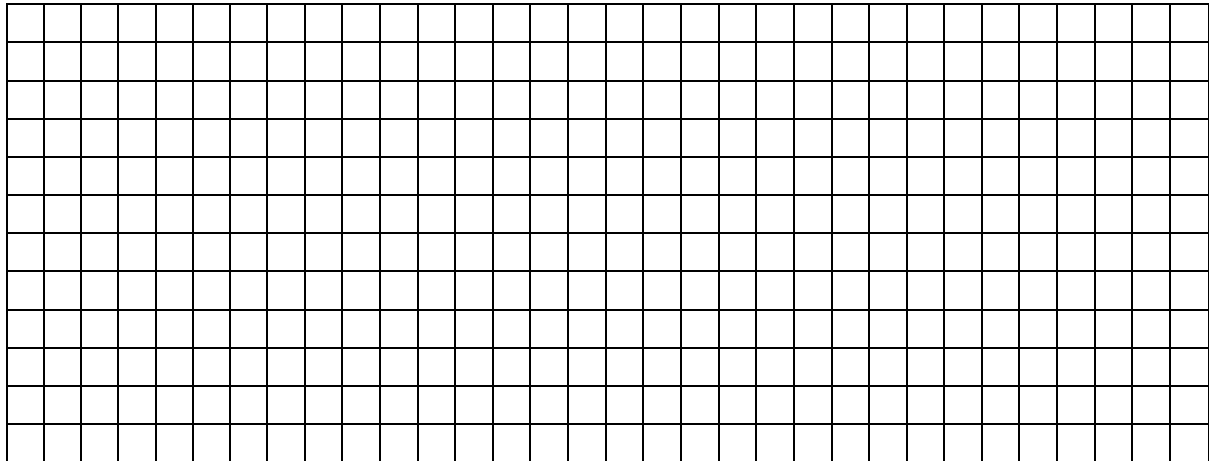
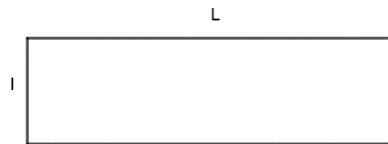


$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta APQ \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{A_{APQ}}{A_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \text{ deci } A_{APQ} = \frac{144}{4} \text{ cm}^2 = 36 \text{ m}^2.$$

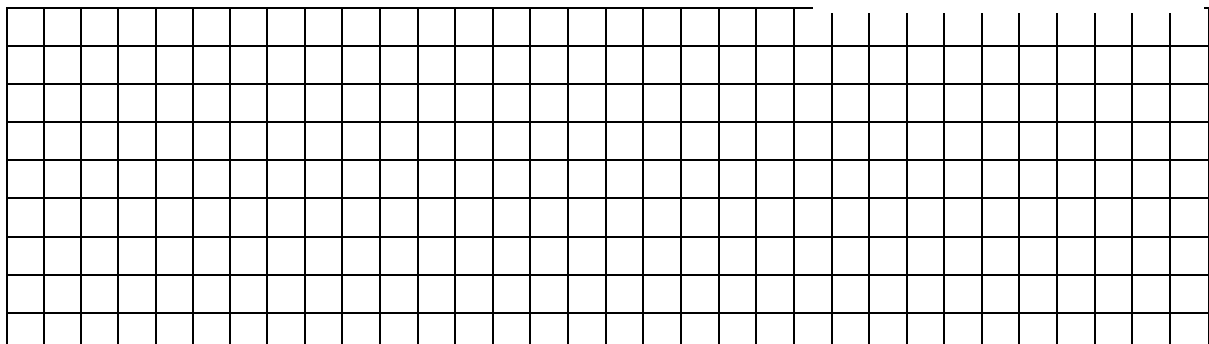
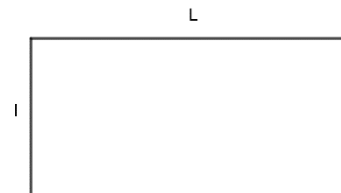
$$A_{PQCB} = 144 \text{ m}^2 - 36 \text{ m}^2 = 108 \text{ m}^2 \text{ suprafața cultivată cu pruni.}$$

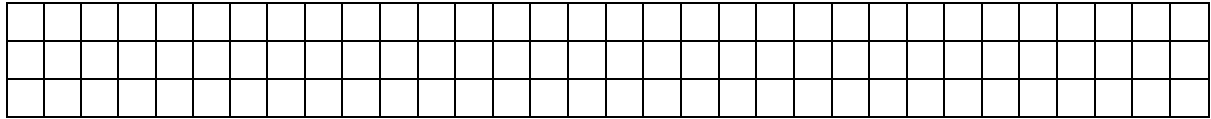
**Să exersăm !**

1. O suprafață dreptunghiulară cu perimetrul de 82 m, are lungimea cu 5 m mai mare decât lățimea. Determinați aria suprafeței dreptunghiulare.

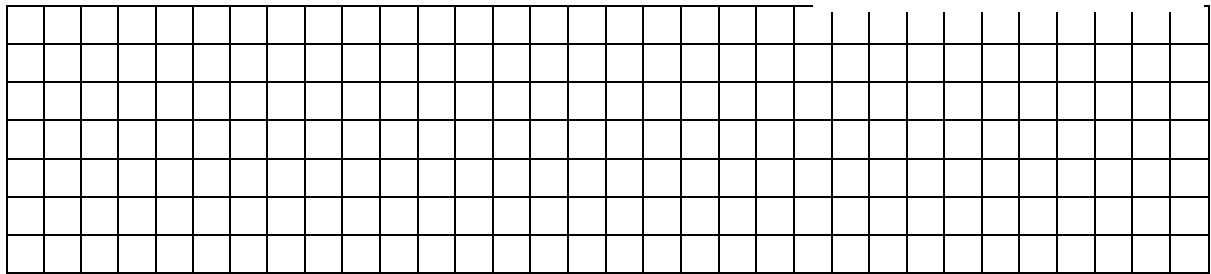
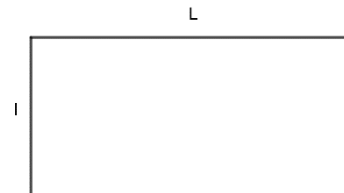


2. O suprafață dreptunghiulară cu perimetrul de 72 m, are lățimea egală cu jumătatea lungimii. Determinați aria suprafeței dreptunghiulare.

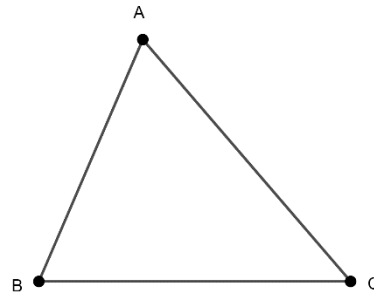
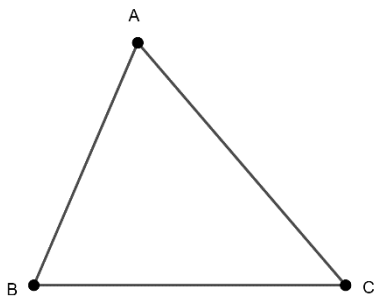




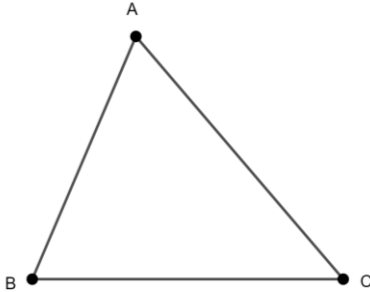
3. O suprafață dreptunghiulară cu aria de  $75 \text{ m}^2$ , are lățimea egală cu o treime din lungime. Determinați perimetrul dreptunghiului.



4. a) Împărțiți o suprafață triunghiulară în patru triunghiuri de arii egale. (Realizați împărțirea în cel puțin două moduri)

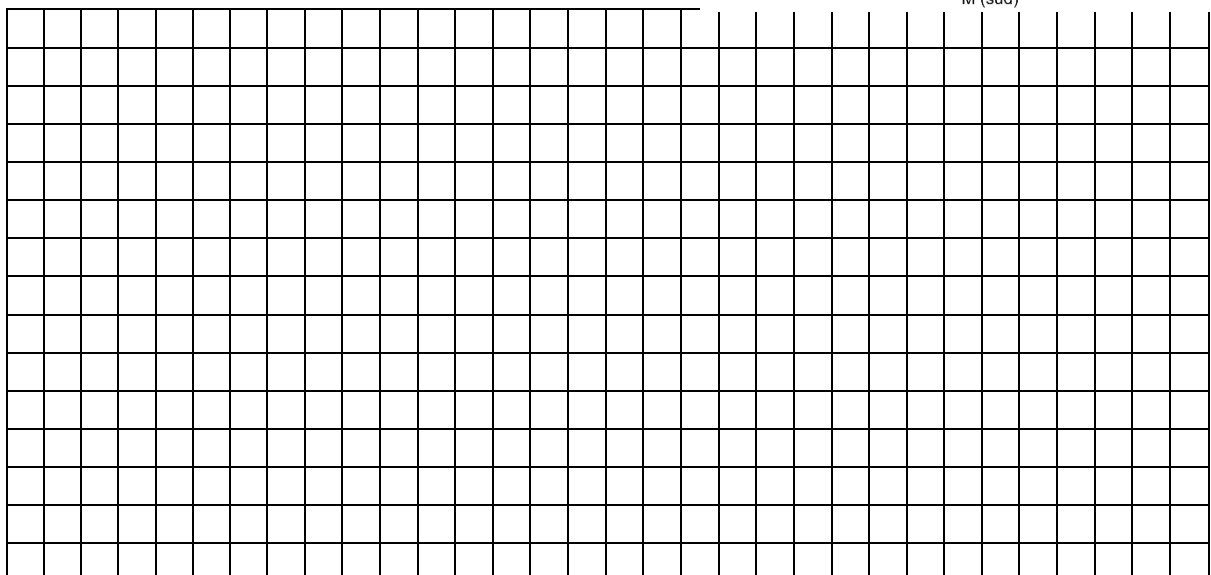
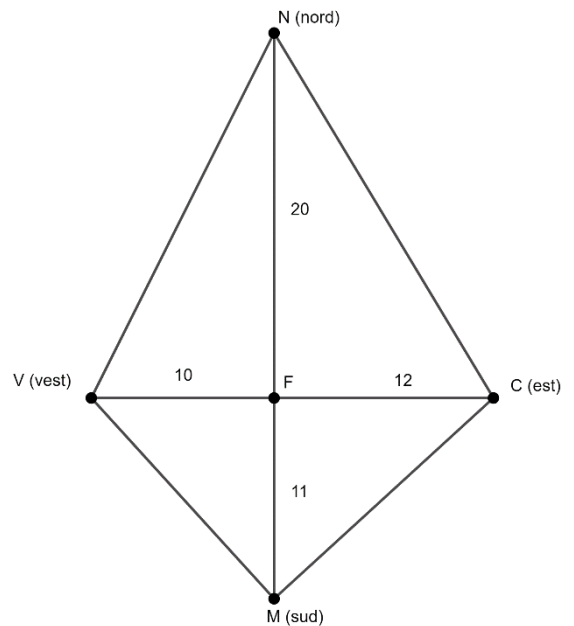


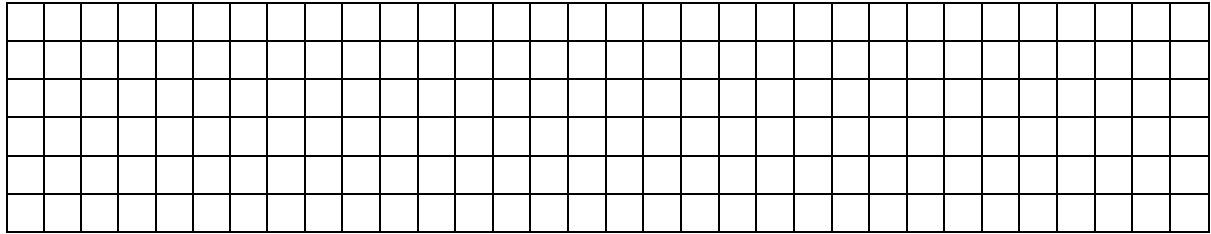
- b) Împărțiți o suprafață triunghiulară în patru triunghiuri congruente.



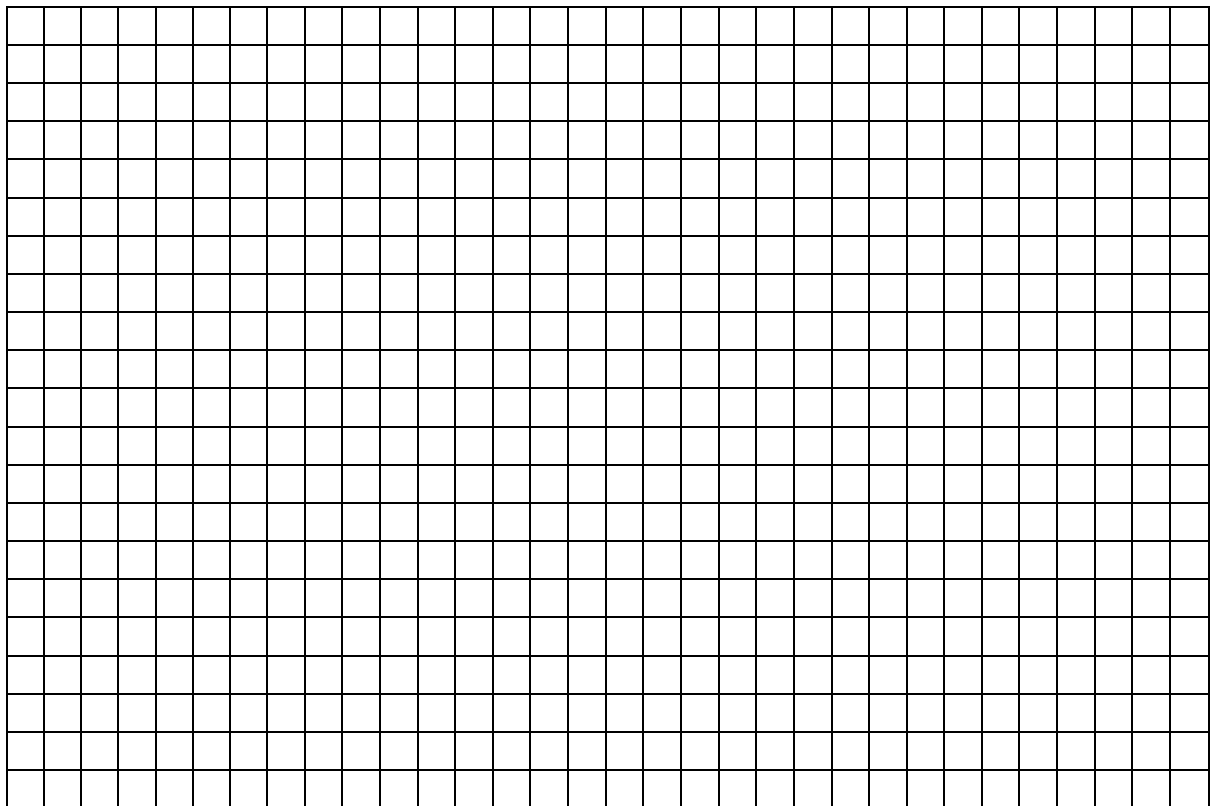
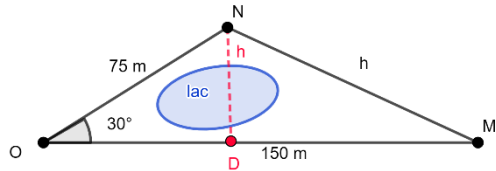
5. Marian are o suprafață de teren de formă patrulateră. În cele 4 colțuri, ce corespund punctelor cardinale, a plantat 4 pomi. La est un cireș (C), la vest un vișin (V), la nord un nuc (N), iar la sud un măr (M). La intersecția segmentelor CV și MN se găsește o fântână (F). Determinați aria acestei suprafețe știind că distanța de la vișin la fântână este de 10 m, de la cireș la fântână este de 12 m, de la nuc la fântână este de 20 m, iar de la măr la fântână este de 11 m.

*Ne amintim: axele Est-Vest și Nord-Sud sunt perpendiculare.*

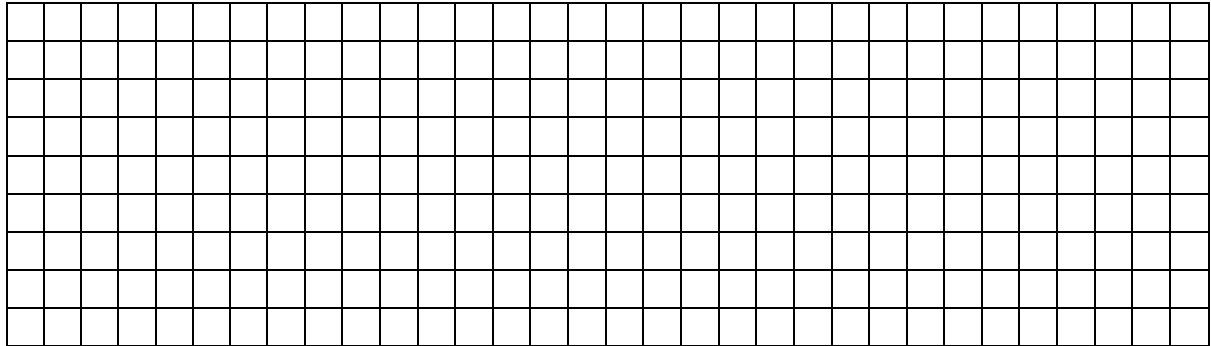




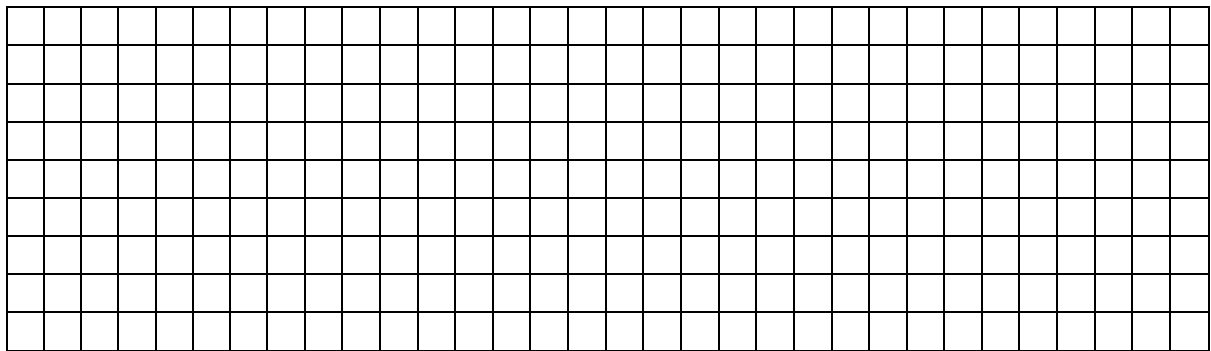
6. Marian vrea să cumpere o suprafață de teren triunghiulară în interiorul căreia se găsește un lac. Dintr-un colț al terenului (O) vede celelalte două colțuri M și N. A măsurat distanța  $OM = 150\text{ m}$  și distanța  $ON = 75\text{ m}$ . În plus, măsura unghiului  $MON$  este de  $30^\circ$ . Care este prețul întregului terenului dacă  $1\text{ m}^2$  costă  $35\text{€}$ .  
*Ne amintim: într-un triunghi dreptunghic cateta opusă unghiului de  $30^\circ$  este jumătate din ipotenuză.*





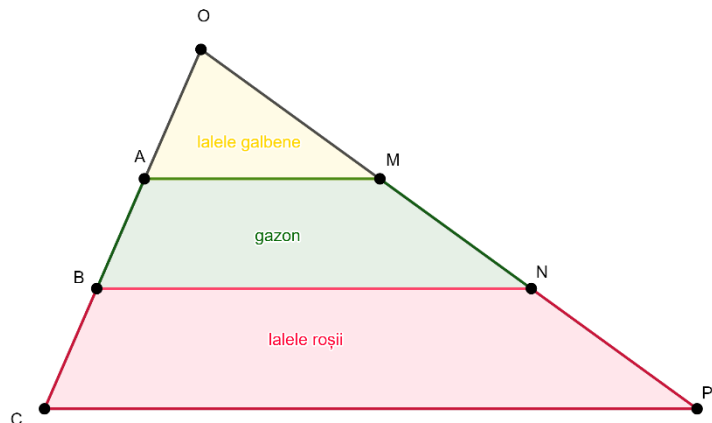


b) Aria suprafeței cu peri pe care o are Vasile. (MBCN)

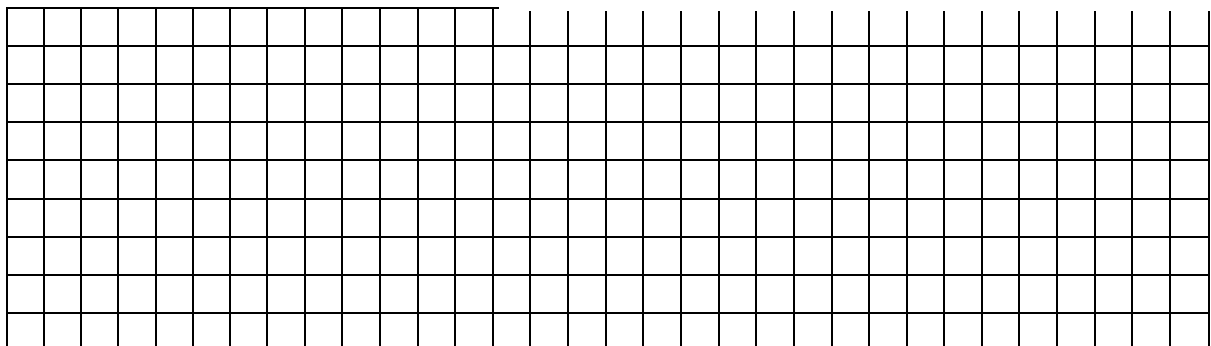


9. Alina vrea să amenajeze o grădină de formă triunghiulară  $OCP$  cu aria de  $36 m^2$ . Ea împarte laturile  $OC$  și  $OP$  în trei părți egale.

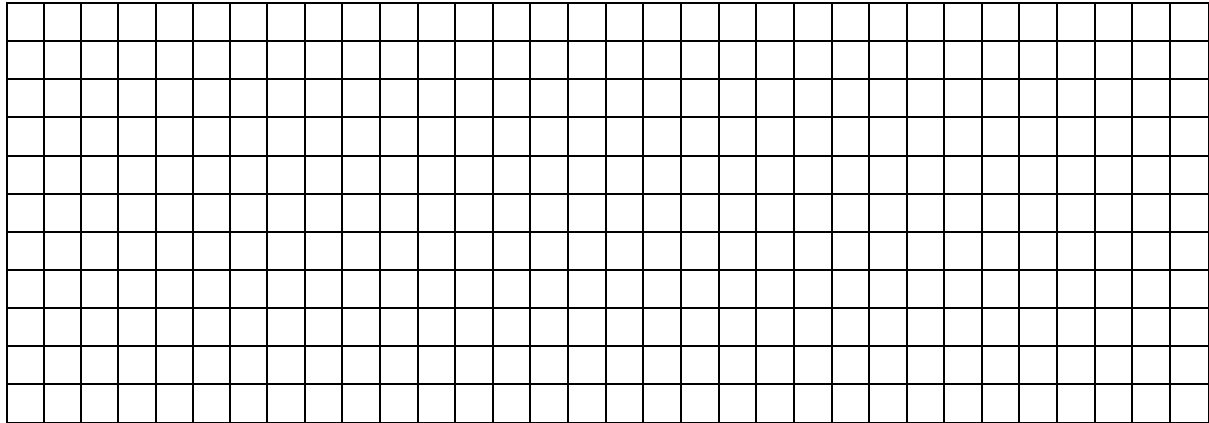
Obține astfel trei suprafețe  $OAM$ ,  $AMNB$  și  $BNPC$  ca în figura alăturată. Pe suprafața  $OAM$  plantează lalele galbene, pe suprafața  $BNPC$  lalele roșii, iar pe suprafața  $AMNB$  gazon.



a) Determinați aria suprafeței cultivate cu lalele galbene.





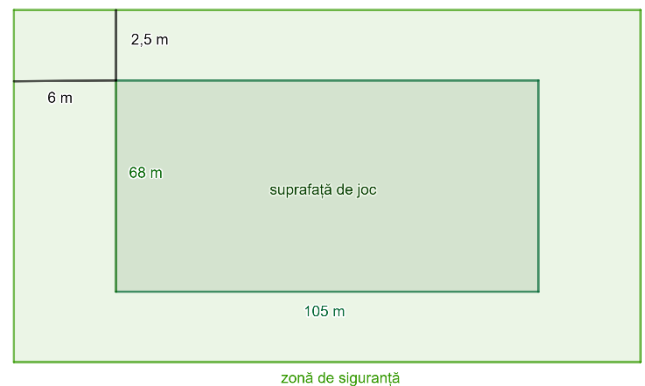


11. Un teren de fotbal are, conform normelor UEFA, formă dreptunghiulară. Dimensiunile suprafeței de joc sunt  $105\text{ m} \times 68\text{ m}$ . Pe lângă aceste dimensiuni, pe terenul de fotbal trebuie lăsat un spațiu de siguranță de minim

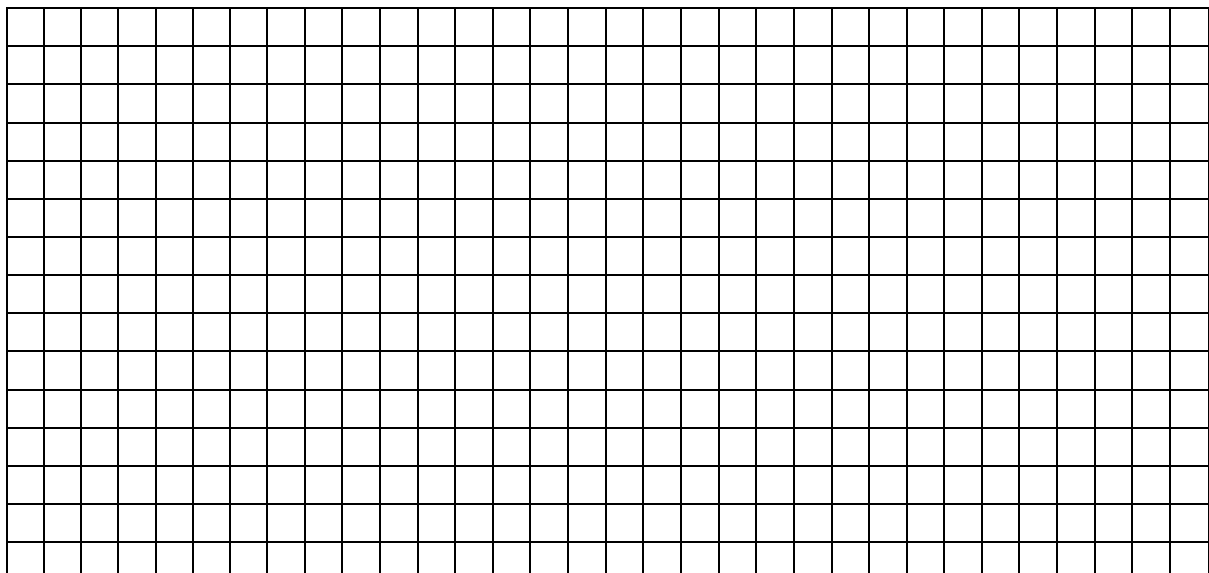
- 2,5 m pe laturile lungi
- 6 m pe laturile scurte, în spatele porților.

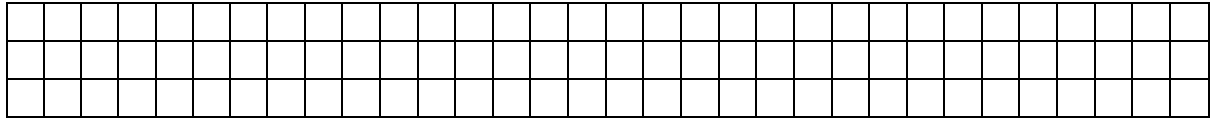
Oferta de preț pentru gazon este următoarea

- 1mp – 9mp - 49lei/m<sup>2</sup> TVA inclus
- 10mp – 99mp- 29lei/m<sup>2</sup> TVA inclus
- 100mp – 299mp-26lei/m<sup>2</sup> TVA inclus
- peste 300mp- 23lei/m<sup>2</sup> TVA inclus

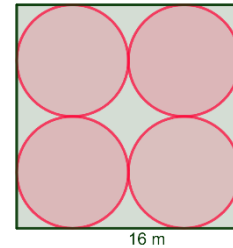


Cât costă gazonul pentru amenajarea unei suprafețe de joc?

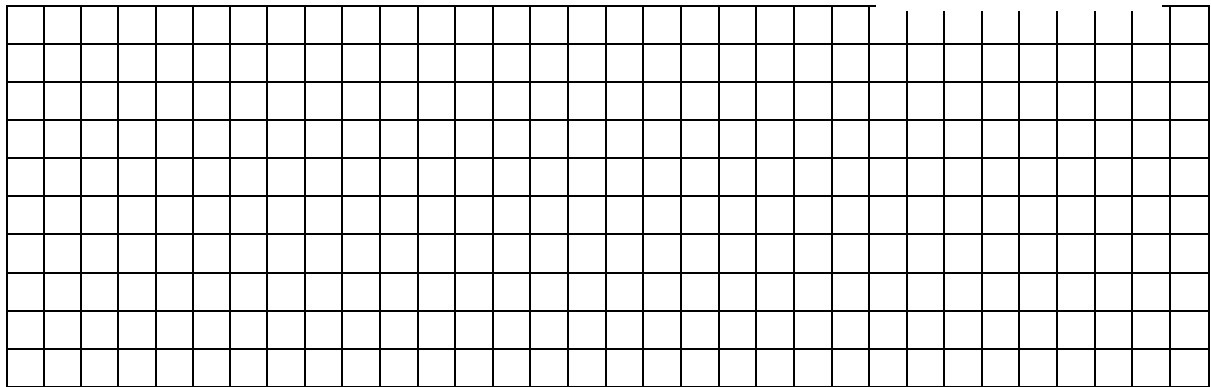




12. Grădina Anei este reprezentată de o suprafață pătrată cu latura de 16 m. În interior sunt amenajate 4 ronduri cu flori. Rondurile au formă de cerc. Restul grădinii este acoperit cu gazon.



a) Determinați aria suprafeței acoperite cu flori.



b) Determinați aria suprafeței acoperite cu gazon.

